

© International Baccalaureate Organization 2022

All rights reserved. No part of this product may be reproduced in any form or by any electronic or mechanical means, including information storage and retrieval systems, without the prior written permission from the IB. Additionally, the license tied with this product prohibits use of any selected files or extracts from this product. Use by third parties, including but not limited to publishers, private teachers, tutoring or study services, preparatory schools, vendors operating curriculum mapping services or teacher resource digital platforms and app developers, whether fee-covered or not, is prohibited and is a criminal offense.

More information on how to request written permission in the form of a license can be obtained from <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organisation du Baccalauréat International 2022

Tous droits réservés. Aucune partie de ce produit ne peut être reproduite sous quelque forme ni par quelque moyen que ce soit, électronique ou mécanique, y compris des systèmes de stockage et de récupération d'informations, sans l'autorisation écrite préalable de l'IB. De plus, la licence associée à ce produit interdit toute utilisation de tout fichier ou extrait sélectionné dans ce produit. L'utilisation par des tiers, y compris, sans toutefois s'y limiter, des éditeurs, des professeurs particuliers, des services de tutorat ou d'aide aux études, des établissements de préparation à l'enseignement supérieur, des fournisseurs de services de planification des programmes d'études, des gestionnaires de plateformes pédagogiques en ligne, et des développeurs d'applications, moyennant paiement ou non, est interdite et constitue une infraction pénale.

Pour plus d'informations sur la procédure à suivre pour obtenir une autorisation écrite sous la forme d'une licence, rendez-vous à l'adresse <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organización del Bachillerato Internacional, 2022

Todos los derechos reservados. No se podrá reproducir ninguna parte de este producto de ninguna forma ni por ningún medio electrónico o mecánico, incluidos los sistemas de almacenamiento y recuperación de información, sin la previa autorización por escrito del IB. Además, la licencia vinculada a este producto prohíbe el uso de todo archivo o fragmento seleccionado de este producto. El uso por parte de terceros —lo que incluye, a título enunciativo, editoriales, profesores particulares, servicios de apoyo académico o ayuda para el estudio, colegios preparatorios, desarrolladores de aplicaciones y entidades que presten servicios de planificación curricular u ofrezcan recursos para docentes mediante plataformas digitales—, ya sea incluido en tasas o no, está prohibido y constituye un delito.

En este enlace encontrará más información sobre cómo solicitar una autorización por escrito en forma de licencia: <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

Mathematik: Analyse und Ansätze

Leistungsstufe

1. Klausur

Montag, 31. Oktober 2022 (Nachmittag)

Prüfungsnummer des Kandidaten

2 Stunden

| | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

Hinweise für die Kandidaten

- Schreiben Sie Ihre Prüfungsnummer in die Felder oben.
- Öffnen Sie diese Prüfungsklausur erst nach Aufforderung.
- Für diese Klausur dürfen Sie keinen Taschenrechner nutzen.
- Teil A: Beantworten Sie alle Fragen. Die Antworten müssen in die dafür vorgesehenen Felder geschrieben werden.
- Teil B: Beantworten Sie alle Fragen im beigefügten Answerheft. Tragen Sie Ihre Prüfungsnummer auf der Vorderseite des Answerhefts ein und heften Sie es mit dieser Prüfungsklausur und Ihrem Deckblatt mit Hilfe der beiliegenden Klammer zusammen.
- Sofern in der Frage nicht anders angegeben, sollten alle numerischen Antworten entweder exakt oder auf drei signifikante Stellen genau angegeben werden.
- Für diese Klausur ist ein unverändertes Exemplar der **Formelsammlung zu Mathematik: Analyse und Ansätze** erforderlich.
- Die Höchstpunktzahl für diese Prüfungsklausur ist **[110 Punkte]**.



Für eine richtige Antwort ohne Rechenweg wird möglicherweise nicht die volle Punktzahl anerkannt. Die Antworten müssen durch einen Rechenweg bzw. Erläuterungen ergänzt werden. Bei falschen Antworten können ggf. Punkte für die richtige Methode vergeben werden, sofern dies durch einen schriftlichen Rechenweg erkennbar wird. Deshalb sollten Sie alle Rechenwege offenlegen.

Teil A

Beantworten Sie **alle** Fragen. Die Antworten müssen in die dafür vorgesehenen Felder geschrieben werden. Bei Bedarf kann der Rechenweg unterhalb der Zeilen fortgesetzt werden.

1. [Maximale Punktzahl: 4]

Die Funktion g ist definiert durch $g(x) = e^{x^2+1}$ mit $x \in \mathbb{R}$.

Finden Sie $g'(-1)$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



2. [Maximale Punktzahl: 7]

Betrachten Sie einen Kreis mit dem Durchmesser AB , wobei A die Koordinaten $(1, 4, 0)$ und B die Koordinaten $(-3, 2, -4)$ hat.

(a) Finden Sie

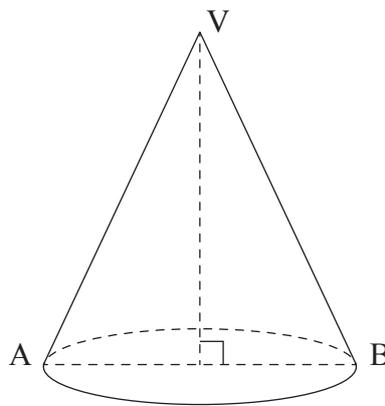
(i) die Koordinaten des Kreismittelpunkts;

(ii) den Radius des Kreises.

[4]

Der Kreis bildet die Basis eines senkrechten Kegels, dessen Spitze V die Koordinaten $(-1, -1, 0)$ hat.

Zeichnung nicht maßstabsgerecht



(b) Finden Sie das genaue Volumen des Kegels.

[3]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



12EP03

Bitte umblättern

Schreiben Sie **keine** Lösungen auf diese Seite.

Teil B

Beantworten Sie **alle** Fragen im beigefügten Answerheft. Bitte beginnen Sie jede Frage auf einer neuen Seite.

10. [Maximale Punktzahl: 20]

Die Funktion f ist definiert durch $f(x) = \cos^2 x - 3 \sin^2 x$ für $0 \leq x \leq \pi$.

- (a) Finden Sie die Lösungen der Gleichung $f(x) = 0$. [5]
- (b) (i) Finden Sie $f'(x)$.
 (ii) Finden Sie damit die Koordinaten der Punkte auf dem Graphen von $y = f(x)$ mit $f'(x) = 0$. [7]
- (c) Skizzieren Sie den Graphen von $y = |f(x)|$. Zeigen Sie dabei deutlich die Koordinaten der Punkte, für die $f'(x) = 0$ gilt, sowie aller Punkte, an denen der Graph die Koordinatenachsen schneidet. [4]
- (d) Lösen Sie damit oder auf andere Weise die Ungleichung $|f(x)| > 1$. [4]

11. [Maximale Punktzahl: 16]

Betrachten Sie einen dreistelligen Code abc , wobei jede der Stellen a , b und c einem der Werte 1, 2, 3, 4 oder 5 zugeordnet ist.

- (a) Finden Sie die Gesamtzahl der möglichen Codes
 (i) unter der Annahme, dass jeder Wert wiederholt werden kann (zum Beispiel 121 oder 444);
 (ii) unter der Annahme, dass kein Wert wiederholt wird. [4]

Es sei $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, wobei den Variablen a , b und c jeweils einer der Werte 1, 2, 3, 4 oder 5 zugeordnet ist. Gehen Sie davon aus, dass kein Wert wiederholt wird.

Betrachten Sie den Fall, dass $P(x)$ einen Faktor $(x^2 + 3x + 2)$ aufweist.

- (b) (i) Finden Sie einen Ausdruck für b in Abhängigkeit von a .
 (ii) Zeigen Sie damit, dass die einzige Möglichkeit der Wertzuordnung $a = 4$, $b = 5$ und $c = 2$ ist.
 (iii) Drücken Sie $P(x)$ als Produkt von Linearfaktoren aus.
 (iv) Skizzieren Sie damit oder auf andere Weise den Graphen von $y = P(x)$, und zeigen Sie dabei deutlich die Koordinaten der Schnittpunkte mit den Achsen. [12]



Schreiben Sie **keine** Lösungen auf diese Seite.

12. [Maximale Punktzahl: 18]

Es sei z_n die durch $z_n = (n^2 + n + 1) + i$ für $n \in \mathbb{N}$ definierte komplexe Zahl.

(a) (i) Finden Sie $\arg(z_0)$.

(ii) Notieren Sie einen Ausdruck für $\arg(z_n)$ in Abhängigkeit von n . [3]

Es sei $w_n = z_0 z_1 z_2 z_3 \dots z_{n-1} z_n$ für $n \in \mathbb{N}$.

(b) (i) Zeigen Sie, dass $\arctan(a) + \arctan(b) = \arctan\left(\frac{a+b}{1-ab}\right)$ für $a, b \in \mathbb{R}^+$, $ab < 1$.

(ii) Zeigen Sie damit oder auf andere Weise, dass $\arg(w_1) = \arctan(2)$. [5]

(c) Beweisen Sie durch vollständige Induktion, dass $\arg(w_n) = \arctan(n+1)$ für $n \in \mathbb{N}$. [10]

Quellen:

© International Baccalaureate Organization 2022



12EP12